Princip výškovnice

Jan Pavlík

FSI VUT v Brně

14.5.2010

Osnova přednášky

Osnova přednášky

Osnova přednášky

1. Motivace
2. Obecný princip
3. Příklady
   - Světové rekordy
   - Turnajové uspořádání
   - Skupinové hodnocení
   - Rozhledny
4. Geografická výškovnice
   - Inverzní výškovnice

Osnova přednášky

Motivace

Nákup chleba

V obchodě mají několik druhů chleba. Chceme nějaký vybrat pouze na základě hmotnosti (čím větší, tím lepší) a ceny (čím nižší, tím lepší).

chleba	kg	Kč
α	1	34
β	0.6	22
γ	0.8	25
δ	1.2	33
ϵ	0.6	24
ζ	0.5	20

Které chleby má smysl uvažovat?

Motivace

Nákup chleba

V obchodě mají několik druhů chleba. Chceme nějaký vybrat pouze na základě hmotnosti (čím větší, tím lepší) a ceny (čím nižší, tím lepší).

chleba	kg	Kč
α	1	34
β	0.6	22
γ	0.8	25
δ	1.2	33
ϵ	0.6	24
ζ	0.5	20

Které chleby má smysl uvažovat?

Motivace

Nákup chleba

V obchodě mají několik druhů chleba. Chceme nějaký vybrat pouze na základě hmotnosti (čím větší, tím lepší) a ceny (čím nižší, tím lepší).

chleba	kg	Kč
α	1	34
β	0.6	22
γ	0.8	25
δ	1.2	33
ϵ	0.6	24
ζ	0.5	20

Které chleby má smysl uvažovat?

Řešení

Stačí vyškrtat ty, které jsou některým jiným chlebem přebity v obou kritériích. "Přebití" chápeme reflexivně.

chleba	kg	Kč	
α	1	34	X (přebito položkou δ)
β	0.6	22	✓
γ	0.8	25	✓
δ	1.2	33	✓
ϵ	0.6	24	X (přebito položkou β)
ζ	0.5	20	✓

Výsledek

Chleba vybereme z množiny

$$V = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta\}.$$

Řešení

Stačí vyškrtat ty, které jsou některým jiným chlebem přebity v obou kritériích. "Přebití" chápeme reflexivně.

chleba	kg	Kč	
α	1	34	X (přebito položkou δ)
β	0.6	22	✓
γ	0.8	25	✓
δ	1.2	33	✓
ϵ	0.6	24	X (přebito položkou β)
ζ	0.5	20	✓

Výsledek

Chleba vybereme z množiny

$$V = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta\}.$$

Řešení

Stačí vyškrtat ty, které jsou některým jiným chlebem přebity v obou kritériích. "Přebití" chápeme reflexivně.

chleba	kg	Kč	
α	1	34	X (přebito položkou δ)
β	0.6	22	✓
γ	0.8	25	✓
δ	1.2	33	✓
ϵ	0.6	24	X (přebito položkou β)
ζ	0.5	20	✓

Výsledek

Chleba vybereme z množiny

$$V = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta\}.$$

Matematický rozbor

Na množině A všech chlebů definujeme *binární relace* G a P:

$$(x,y) \in G \Leftrightarrow y \text{ je těžší než } x$$

$$(x,y) \in P \Leftrightarrow y \text{ je dražší než } x$$

Situaci zobrazíme graficky. Na množině A vytvoříme orientovaný graf se dvěma typy hran: $x \longrightarrow y \Leftrightarrow (x,y) \in G$, $x \dashrightarrow y \Leftrightarrow (x,y) \in P$. Prvky označujeme dohromady s hodnotami $x^{cena}_{hmotnost}$.

Matematický rozbor

Na množině A všech chlebů definujeme *binární relace* G a P:

$$(x, y) \in G \Leftrightarrow y \text{ je těžší než } x$$

$$(x, y) \in P \Leftrightarrow y \text{ je dražší než } x$$

Situaci zobrazíme graficky. Na množině A vytvoříme orientovaný graf se dvěma typy hran: $x \longrightarrow y \Leftrightarrow (x, y) \in G$, $x \dashrightarrow y \Leftrightarrow (x, y) \in P$. Prvky označujeme dohromady s hodnotami $x^{cena}_{hmotnost}$.

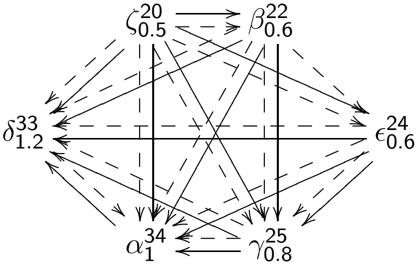
Matematický rozbor

Na množině A všech chlebů definujeme *binární relace* G a P:

$$(x, y) \in G \Leftrightarrow y \text{ je těžší než } x$$

$$(x, y) \in P \Leftrightarrow y \text{ je dražší než } x$$

Situaci zobrazíme graficky. Na množině A vytvoříme orientovaný graf se dvěma typy hran: $x \longrightarrow y \;\Leftrightarrow (x, y) \in G$, $x \dashrightarrow y \;\Leftrightarrow (x, y) \in P$. Prvky označujeme dohromady s hodnotami $x^{cena}_{hmotnost}$.



Matematický rozbor

Hledané prvky splňují vlastnost, že nejsou přebity libovolným z ostatních chlebů v obou kritériích. To můžeme vyjádřit následovně:

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A) \begin{cases} (x,y) \in G & \Rightarrow \quad (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \end{cases}$$

Protože však G i P jsou relace jsou asymetrické, tj. nenastane současně např. $(x,y) \in G$ a $(y,x) \in G$, situaci můžeme přepsat na

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A) \begin{cases} (x,y) \in G & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \vee (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \vee (x,y) \in P \end{cases}$$

Zavedeme-li $R = G \cup P^{-1}$, pak

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A)((x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R).$$

Matematický rozbor

Hledané prvky splňují vlastnost, že nejsou přebity libovolným z ostatních chlebů v obou kritériích. To můžeme vyjádřit následovně:

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A) \begin{cases} (x,y) \in G & \Rightarrow \quad (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \end{cases}$$

Protože však G i P jsou relace jsou asymetrické, tj. nenastane současně např. $(x,y) \in G$ a $(y,x) \in G$, situaci můžeme přepsat na

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A) \begin{cases} (x,y) \in G & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \vee (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \vee (x,y) \in P \end{cases}$$

Zavedeme-li $R = G \cup P^{-1}$, pak

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A)((x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R).$$

Matematický rozbor

Hledané prvky splňují vlastnost, že nejsou přebity libovolným z ostatních chlebů v obou kritériích. To můžeme vyjádřit následovně:

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A)\left\{\begin{array}{lcl}(x,y) \in G & \Rightarrow & (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow & (y,x) \in G\end{array}\right.$$

Protože však G i P jsou relace jsou asymetrické, tj. nenastane současně např. $(x,y) \in G$ a $(y,x) \in G$, situaci můžeme přepsat na

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A)\left\{\begin{array}{lcl}(x,y) \in G & \Rightarrow & (y,x) \in G \vee (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow & (y,x) \in G \vee (x,y) \in P\end{array}\right.$$

Zavedeme-li $R = G \cup P^{-1}$, pak

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A)((x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R).$$

Matematický rozbor

Hledané prvky splňují vlastnost, že nejsou přebity libovolným z ostatních chlebů v obou kritériích. To můžeme vyjádřit následovně:

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A) \begin{cases} (x,y) \in G & \Rightarrow \quad (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \end{cases}$$

Protože však G i P jsou relace jsou asymetrické, tj. nenastane současně např. $(x,y) \in G$ a $(y,x) \in G$, situaci můžeme přepsat na

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A) \begin{cases} (x,y) \in G & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \vee (x,y) \in P \\ (y,x) \in P & \Rightarrow \quad (y,x) \in G \vee (x,y) \in P \end{cases}$$

Zavedeme-li $R = G \cup P^{-1}$, pak

$$x \in V \Leftrightarrow (\forall y \in A)((x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \in R).$$

Matematický rozbor

Stačí vzít graf pro relaci R (přidáme otočené přerušovaných šipky k plným):

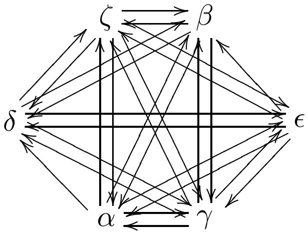
Ovšem relaci R můžeme zjednodušit odstraněním své symetrické části, tj. vytvořit relaci

$$R^* = R \setminus R^{-1},$$

neboť hledané prvky nyní závisí pouze na asymetrické části relace.

Matematický rozbor

Stačí vzít graf pro relaci R (přidáme otočené přerušovaných šipky k plným):



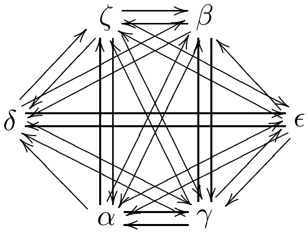
Ovšem relaci R můžeme zjednodušit odstraněním své symetrické části, tj. vytvořit relaci

$$R^* = R \setminus R^{-1},$$

neboť hledané prvky nyní závisí pouze na asymetrické části relace.

Matematický rozbor

Stačí vzít graf pro relaci R (přidáme otočené přerušovaných šipky k plným):



Ovšem relaci R můžeme zjednodušit odstraněním své symetrické části, tj. vytvořit relaci

$$R^* = R \setminus R^{-1},$$

neboť hledané prvky nyní závisí pouze na asymetrické části relace.

Matematický rozbor

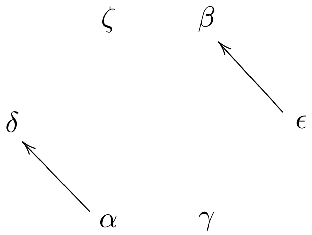
Z grafu tedy můžeme odstranit dvojice protisměrných šipek.

Výsledná relace R^* znázorňuje možná vylepšení (tj. přebití v dřívějším smyslu). Z množiny A tedy odstraníme prvky, odkud vycházejí šipky a dostáváme výsledek

$$V = A \setminus \{\alpha, \epsilon\} = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta\}.$$

Matematický rozbor

Z grafu tedy můžeme odstranit dvojice protisměrných šipek.

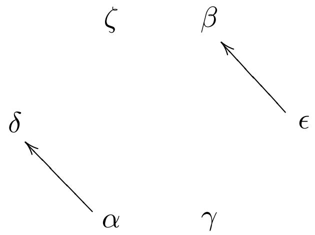


Výsledná relace R^* znázorňuje možná vylepšení (tj. přebití v dřívějším smyslu). Z množiny A tedy odstraníme prvky, odkud vycházejí šipky a dostáváme výsledek

$$V = A \setminus \{\alpha, \epsilon\} = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta\}.$$

Matematický rozbor

Z grafu tedy můžeme odstranit dvojice protisměrných šipek.

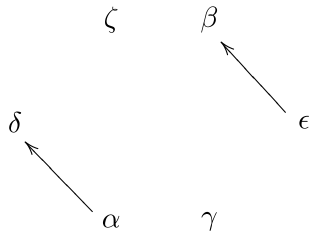


Výsledná relace R^* znázorňuje možná vylepšení (tj. přebití v dřívějším smyslu). Z množiny A tedy odstraníme prvky, odkud vycházejí šipky a dostáváme výsledek

$$V = A \setminus \{\alpha, \epsilon\} = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta\}.$$

Matematický rozbor

Z grafu tedy můžeme odstranit dvojice protisměrných šipek.



Výsledná relace R^* znázorňuje možná vylepšení (tj. přebití v dřívějším smyslu). Z množiny A tedy odstraníme prvky, odkud vycházejí šipky a dostáváme výsledek

$$V = A \setminus \{\alpha, \epsilon\} = \{\beta, \gamma, \delta, \zeta\}.$$

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."

Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."

V našem případě bylo:

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."

Ale "No Pain ⇒ No Gain" znamená: "Gain ⇒ Pain", tj. "Zisk ⇒ bolest (cena)."

V našem případě bylo:

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."

Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."

V našem případě bylo:

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."

Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."

V našem případě bylo:

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví v relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Zisk (gain) - hmotnost, vyjádřena relací G

Bolest (pain) - cena, vyjádřena relací P

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Zisk (gain) - hmotnost, vyjádřena relací G

Bolest (pain) - cena, vyjádřena relací P

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Zisk (gain) - hmotnost, vyjádřena relací G

Bolest (pain) - cena, vyjádřena relací P

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Zisk (gain) - hmotnost, vyjádřena relací G

Bolest (pain) - cena, vyjádřena relací P

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Zisk (gain) - hmotnost, vyjádřena relací G

Bolest (pain) - cena, vyjádřena relací P

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Obecný princip

Prvky nalezené množiny splňují princip BPNK (neboli NPNG):

BPNK - "Bez práce nejsou koláče."

NPNG - "No Pain - No Gain."

Česky: "Bez bolesti není zisku."
Ale "No Pain $\Rightarrow$ No Gain" znamená: "Gain $\Rightarrow$ Pain", tj. "Zisk $\Rightarrow$ bolest (cena)."
V našem případě bylo:

Zisk (gain) - hmotnost, vyjádřena relací G

Bolest (pain) - cena, vyjádřena relací P

Relace $R = G \cup P^{-1}$ dává celkový zisk, přičemž jeho podstata tkví relaci R^*.

Výškovnice = množina prvků splňujících princip NPNG

Definice

*Máme-li binární relaci R na množině A, pak **výškovnicí** relace R nazveme množinu $V(R)$ všech prvků $a \in A$ takových, že pro každé $x \in A$ platí*

$$(a, x) \in R \Rightarrow (x, a) \in R.$$

*Pro dvě binární relace G, P na A definujeme **výškovnici relace G podle P**:*

$$V(G/P) = V(G \cup P^{-1}).$$

a pro více binárních relací zisku $G_1, G_2, \ldots$ a cen $P_1, P_2, \ldots$:

$$V(G_1, G_2, \ldots / P_1, P_2, \ldots) = V(G_1 \cup G_2 \cup \cdots \cup P_1^{-1} \cup P_2^{-1} \ldots).$$

Výškovnice = množina prvků splňujících princip NPNG

Definice

Máme-li binární relaci R na množině A, pak výškovnicí relace R nazveme množinu $V(R)$ všech prvků $a \in A$ takových, že pro každé $x \in A$ platí

$$(a, x) \in R \Rightarrow (x, a) \in R.$$

Pro dvě binární relace G, P na A definujeme výškovnici relace G podle P:

$$V(G/P) = V(G \cup P^{-1}).$$

a pro více binárních relací zisku $G_1, G_2, \dots$ a cen $P_1, P_2, \dots$:

$$V(G_1, G_2, \dots / P_1, P_2, \dots) = V(G_1 \cup G_2 \cup \dots \cup P_1^{-1} \cup P_2^{-1} \dots).$$

Výškovnice = množina prvků splňujících princip NPNG

Definice

Máme-li binární relaci R na množině A, pak výškovnicí relace R nazveme množinu $V(R)$ všech prvků $a \in A$ takových, že pro každé $x \in A$ platí

$$(a, x) \in R \Rightarrow (x, a) \in R.$$

Pro dvě binární relace G, P na A definujeme výškovnici relace G podle P:

$$V(G/P) = V(G \cup P^{-1}).$$

a pro více binárních relací zisku $G_1, G_2, \ldots$ a cen $P_1, P_2, \ldots$:

$$V(G_1, G_2, \ldots / P_1, P_2, \ldots) = V(G_1 \cup G_2 \cup \cdots \cup P_1^{-1} \cup P_2^{-1} \ldots).$$

Příklady

Světové rekordy

Příklad

Nechť prvky množiny A jsou události skoku do dálky v atletice. Každému skoku přiřadíme jeho délku a čas, kdy k němu došlo.

Zisk – **délka**, *vyjádřena relací G*

Cena – **čas (datum)**, *kdy ke skoku došlo, vyjádřen relací P*

Pak výškovnice $V(G/P)$ obsahuje právě všechny **světové rekordy** *ve skoku do dálky.*

Světové rekordy

Příklad

Nechť prvky množiny A jsou události skoku do dálky v atletice. Každému skoku přiřadíme jeho délku a čas, kdy k němu došlo.

Zisk - **délka**, *vyjádřena relací G*

Cena - **čas (datum)**, *kdy ke skoku došlo, vyjádřen relací P*

Pak výškovnice $V(G/P)$ obsahuje právě všechny **světové rekordy** *ve skoku do dálky.*

Světové rekordy

Příklad

Nechť prvky množiny A jsou události skoku do dálky v atletice. Každému skoku přiřadíme jeho délku a čas, kdy k němu došlo.

Zisk - **délka**, *vyjádřena relací G*

Cena - **čas (datum)**, *kdy ke skoku došlo, vyjádřen relací P*

Pak výškovnice $V(G/P)$ obsahuje právě všechny **světové rekordy** *ve skoku do dálky.*

Světové rekordy

Příklad

Nechť prvky množiny A jsou události skoku do dálky v atletice. Každému skoku přiřadíme jeho délku a čas, kdy k němu došlo.

Zisk - **délka**, *vyjádřena relací G*

Cena - **čas (datum)**, *kdy ke skoku došlo, vyjádřen relací P*

Pak výškovnice $V(G/P)$ obsahuje právě všechny **světové rekordy** *ve skoku do dálky.*

Světové rekordy

Příklad

Nechť prvky množiny A jsou události skoku do dálky v atletice. Každému skoku přiřadíme jeho délku a čas, kdy k němu došlo.

Zisk - **délka**, *vyjádřena relací G*

Cena - **čas (datum)**, *kdy ke skoku došlo, vyjádřen relací P*

Pak výškovnice $V(G/P)$ obsahuje právě všechny **světové rekordy** *ve skoku do dálky.*

Turnajové uspořádání

Základní princip:

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow \text{hráč } x \text{ je poražen hráčem } y$$

Příklad

Davisův pohár 2009.

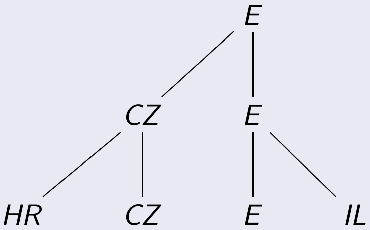
Turnajové uspořádání

Základní princip:

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow \text{hráč } x \text{ je poražen hráčem } y$$

Příklad

Davisův pohár 2009.



Turnajové uspořádání

Příslušná relace R má graf

$$\left(HR \longrightarrow CZ \longrightarrow E \longleftarrow IL \right)$$

a její výškovnice V_1 obsahuje pouze vítěze E. Jeho odstraněním z množiny hráčů dostáváme novou relaci. V její výškovnici V_2 budou právě hráči, které vyřadil pozdější vítěz a takto pokračujeme do vyčerpání množiny všech hráčů.

$$\left(HR \longrightarrow CZ \qquad IL \right) \rightsquigarrow (HR)$$

Výsledkem je ohodnocení hráčů podle úrovně výškovnice, do které se dostal. Toto ohodnocení odpovídá výsledkům turnaje.

$$V_1 = \{E\}, V_2 = \{CZ, IL\}, V_3 = \{HR\}$$

Turnajové uspořádání

Příslušná relace R má graf

$$(\; HR \longrightarrow CZ \longrightarrow E \longleftarrow IL \;)$$

a její výškovnice V_1 obsahuje pouze vítěze E. Jeho odstraněním z množiny hráčů dostáváme novou relaci. V její výškovnici V_2 budou právě hráči, které vyřadil pozdější vítěz a takto pokračujeme do vyčerpání množiny všech hráčů.

$$(\; HR \longrightarrow CZ \qquad IL \;) \rightsquigarrow (HR)$$

Výsledkem je ohodnocení hráčů podle úrovně výškovnice, do které se dostal. Toto ohodnocení odpovídá výsledkům turnaje.

$$V_1 = \{E\}, V_2 = \{CZ, IL\}, V_3 = \{HR\}$$

Turnajové uspořádání

V některých případech však výškovnice může být prázdná.

Příklad

MS v hokeji 2010, skupina C:

$$\begin{tikzcd} CZ \arrow[r] & N \arrow[d] \\ F \arrow[u] \arrow[r] \arrow[ur] & S \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

Turnajové uspořádání

V některých případech však výškovnice může být prázdná.

Příklad

MS v hokeji 2010, skupina C:

$$
\begin{tikzcd}
CZ \arrow[r] & N \arrow[d] \\
F \arrow[u] \arrow[ur] \arrow[r] & S \arrow[ul]
\end{tikzcd}
$$

Skupinové hodnocení

Uvažujme množinu X se (ziskovým) ohodnocením $h : X \to \mathbb{R}$. Na množině $\mathcal{P}(X)$ všech podmnožin množiny X zavedeme relaci R_h:

$$(M, N) \in R_h \Leftrightarrow (\exists i \in \mathbb{R})(|M_i| < |N_i|),$$

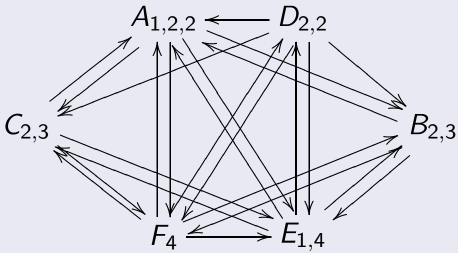
kde $M_i = h^{-1}(i \uparrow) \cap M$ je množina všech prvků množiny M, jejichž ohodnocení je větší nebo rovno číslu i a $|\,|$ značí počet prvků.

Příklad

Uvažujme množinu $X = \{a, b, c, d, e\}$*, zobrazení*

$$h : a \mapsto 1, b \mapsto 2, c \mapsto 2, d \mapsto 3, e \mapsto 4$$

a množiny $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c\}, C = \{b, d\}, D = \{c, d\}$, $E = \{a, d\}, F = \{d\}$. *Pak na množině* $M = \{A, B, C, D, E\}$ *máme relaci* R_h *danou grafem:*



Ohodnocení prvků množin uvádíme v dolním indexu.

Příklad

Výsledky mužské alpské kombinace na ZOH v Turíně 2006.
`http://www.torino2006.it/ENG/IDF/AS/C73E_ASM000000.html`
Tabulka umístění závodníků podle jednotlivých států:

USA	HR	A	CH	I	CZ	F	N	S
1,16,29	2,26,33	3,34	4,7	5,9	6,12,20	8,13	10	11,18

Umístění je cenová funkce h, proto bude potřeba počítat s relací $S = R_h^{-1}$. Celkové hodnocení je vidět na grafu relace S^*:

$$\begin{tikzcd}
HR \arrow[r] & USA & I \arrow[r] & CH \\
A \arrow[u] \arrow[ur] & S \arrow[u] \arrow[r] & CZ & F \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

Výškovnice obsahuje pouze **CZ, CH, USA** *(v českém abecedním pořadí) - to jsou úspěšné státy v této disciplíně.*

Příklad

Výsledky mužské alpské kombinace na ZOH v Turíně 2006.
`http://www.torino2006.it/ENG/IDF/AS/C73E_ASM000000.html`
Tabulka umístění závodníků podle jednotlivých států:

USA	HR	A	CH	I	CZ	F	N	S
1,16,29	2,26,33	3,34	4,7	5,9	6,12,20	8,13	10	11,18

Umístění je cenová funkce h, proto bude potřeba počítat s relací $S = R_h^{-1}$*. Celkové hodnocení je vidět na grafu relace* S^**:*

$$\begin{tikzcd}
HR \arrow[r] & USA & I \arrow[r] & CH \\
A \arrow[u] \arrow[ur] & S \arrow[u] \arrow[r] & CZ & F \arrow[l] \arrow[u] \arrow[ul]
\end{tikzcd}$$

Výškovnice obsahuje pouze **CZ, CH, USA** *(v českém abecedním pořadí) - to jsou úspěšné státy v této disciplíně.*

Příklad

Výsledky mužské alpské kombinace na ZOH v Turíně 2006.
`http://www.torino2006.it/ENG/IDF/AS/C73E_ASM000000.html`
Tabulka umístění závodníků podle jednotlivých států:

USA	HR	A	CH	I	CZ	F	N	S
1,16,29	2,26,33	3,34	4,7	5,9	6,12,20	8,13	10	11,18

Umístění je cenová funkce h, proto bude potřeba počítat s relací $S = R_h^{-1}$. *Celkové hodnocení je vidět na grafu relace* S^*:

$$\begin{tikzcd}
HR \arrow[r] & USA & I \arrow[r] & CH \\
A \arrow[u] \arrow[ur] & S \arrow[u] \arrow[r] & CZ & F \arrow[l] \arrow[u] \arrow[ul]
\end{tikzcd}$$

Výškovnice obsahuje pouze **CZ, CH, USA** *(v českém abecedním pořadí) - to jsou úspěšné státy v této disciplíně.*

Příklad

Výsledky mužské alpské kombinace na ZOH v Turíně 2006.
http://www.torino2006.it/ENG/IDF/AS/C73E_ASM000000.html
Tabulka umístění závodníků podle jednotlivých států:

USA	HR	A	CH	I	CZ	F	N	S
1,16,29	2,26,33	3,34	4,7	5,9	6,12,20	8,13	10	11,18

Umístění je cenová funkce h, proto bude potřeba počítat s relací $S = R_h^{-1}$. *Celkové hodnocení je vidět na grafu relace* S^*:

$$\begin{tikzcd}
HR \arrow[r] & USA & I \arrow[r] & CH \\
A \arrow[u] \arrow[ur] & S \arrow[u] \arrow[r] & CZ & F \arrow[l] \arrow[u] \arrow[ul]
\end{tikzcd}$$

Výškovnice obsahuje pouze **CZ, CH, USA** *(v českém abecedním pořadí) - to jsou úspěšné státy v této disciplíně.*

Rozhledny

Věta

Rozhlednový zákon:

(T_1)*Pokud je z bodu A vidět bod B, pak je z bodu B vidět bod A.*
(T_2)*Pokud je bod A vidět z bodu B, pak je bod B vidět z bodu A.*

Chápeme-li výše uvedené ekvivalentní výroky jako tvrzení platná pro všechna A, B, pak je toto tvrzení říká

"Relace viditelnosti je symetrická."

Pokud však tvrzení (T1) nebo (T2) bereme jako tvrzení $T(A)$ o konkrétním místě A, pak jejich platnost přesně odpovídá principu NPNG.

Rozhledny

Věta

Rozhlednový zákon:

(T_1)*Pokud je z bodu A vidět bod B, pak je z bodu B vidět bod A.*
(T_2)*Pokud je bod A vidět z bodu B, pak je bod B vidět z bodu A.*

Chápeme-li výše uvedené ekvivalentní výroky jako tvrzení platná pro všechna A, B, pak je toto tvrzení říká

"Relace viditelnosti je symetrická."

Pokud však tvrzení (T1) nebo (T2) bereme jako tvrzení $T(A)$ o konkrétním místě A, pak jejich platnost přesně odpovídá principu NPNG.

Rozhledny

Věta

Rozhlednový zákon:

(T_1)*Pokud je z bodu A vidět bod B, pak je z bodu B vidět bod A.*
(T_2)*Pokud je bod A vidět z bodu B, pak je bod B vidět z bodu A.*

Chápeme-li výše uvedené ekvivalentní výroky jako tvrzení platná pro všechna A, B, pak je toto tvrzení říká

"Relace viditelnosti je symetrická."

Pokud však tvrzení (T1) nebo (T2) bereme jako tvrzení $T(A)$ o konkrétním místě A, pak jejich platnost přesně odpovídá principu NPNG.

Rozhledny

Věta

Rozhledný zákon:

(T_1)*Pokud je z bodu A vidět bod B, pak je z bodu B vidět bod A.*
(T_2)*Pokud je bod A vidět z bodu B, pak je bod B vidět z bodu A.*

Chápeme-li výše uvedené ekvivalentní výroky jako tvrzení platná pro všechna A, B, pak je toto tvrzení říká

"Relace viditelnosti je symetrická."

Pokud však tvrzení (T1) nebo (T2) bereme jako tvrzení $T(A)$ o konkrétním místě A, pak jejich platnost přesně odpovídá principu NPNG.

Rozhledny

Věta

Rozhlednový zákon:

(T_1)*Pokud je z bodu A vidět bod B, pak je z bodu B vidět bod A.*
(T_2)*Pokud je bod A vidět z bodu B, pak je bod B vidět z bodu A.*

Chápeme-li výše uvedené ekvivalentní výroky jako tvrzení platná pro všechna A, B, pak je toto tvrzení říká

"Relace viditelnosti je symetrická."

Pokud však tvrzení (T1) nebo (T2) bereme jako tvrzení $T(A)$ o konkrétním místě A, pak jejich platnost přesně odpovídá principu NPNG.

Rozhledny

Uvažme zobecnění pojmu "bod" na "místo" a zkusme uvážit relaci viditelnosti. Ta přestává být symetrická, pokud bereme za "místo" například zalesněný kopec. Ten může být vidět z dálky, ovšem vůbec nemusí poskytovat výhled. V tomto případě má smysl hledat například místo, ze kterého bude výhled "dobrý vzhledem k možnostem". To nám určí výškovnice pro relaci

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow \text{místo } x \text{ je vidět z místa } y.$$

Najdeme tak každé místo A takové, že pro každé X platí, že

$$\text{pokud je } A \text{ vidět z } X \text{, pak je } X \text{ vidět z } A.$$

Využití: ve vojenství ...

Rozhledny

Uvažme zobecnění pojmu "bod" na "místo" a zkusme uvážit relaci viditelnosti. Ta přestává být symetrická, pokud bereme za "místo" například zalesněný kopec. Ten může být vidět z dálky, ovšem vůbec nemusí poskytovat výhled. V tomto případě má smysl hledat například místo, ze kterého bude výhled "dobrý vzhledem k možnostem". To nám určí výškovnice pro relaci

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow \text{místo } x \text{ je vidět z místa } y.$$

Najdeme tak každé místo A takové, že pro každé X platí, že

$$\text{pokud je } A \text{ vidět z } X\text{, pak je } X \text{ vidět z } A.$$

Využití: ve vojenství ...

Rozhledny

Uvažme zobecnění pojmu "bod" na "místo" a zkusme uvážit relaci viditelnosti. Ta přestává být symetrická, pokud bereme za "místo" například zalesněný kopec. Ten může být vidět z dálky, ovšem vůbec nemusí poskytovat výhled. V tomto případě má smysl hledat například místo, ze kterého bude výhled "dobrý vzhledem k možnostem". To nám určí výškovnice pro relaci

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow \text{místo } x \text{ je vidět z místa } y.$$

Najdeme tak každé místo A takové, že pro každé X platí, že

$$\text{pokud je } A \text{ vidět z } X\text{, pak je } X \text{ vidět z } A.$$

Využití: ve vojenství ...

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.

Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.

Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$. Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.

Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.
Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.
Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Zisk - výška h, vyjádřena relací H

Cena - vzdálenost d od bodu x_0, vyjádřena relací D_{x_0}

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.
Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.
Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Zisk - výška h, vyjádřena relací H

Cena - vzdálenost d od bodu x_0, vyjádřena relací D_{x_0}

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.
Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.
Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Zisk - výška h, vyjádřena relací H

Cena - vzdálenost d od bodu x_0, vyjádřena relací D_{x_0}

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.
Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.
Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Zisk - výška h, vyjádřena relací H

Cena - vzdálenost d od bodu x_0, vyjádřena relací D_{x_0}

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.
Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.
Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Zisk - výška h, vyjádřena relací H

Cena - vzdálenost d od bodu x_0, vyjádřena relací D_{x_0}

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.
Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.
Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace
Zisk - výška h, vyjádřena relací H
Cena - vzdálenost d od bodu x_0, vyjádřena relací D_{x_0}
Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Geografická výškovnice

Uvažujme metrický prostor, tj. množinu X, na níž máme definovnu *vzdálenost* (*metriku*) $\rho(x, y)$ mezi každými dvěma body $x, y \in X$.
Nechť $A \subseteq X$ je množina *vrcholů* s definovanou funkcí *výšky* $h : A \to \mathbb{R}$.
Nechť $x_0 \in X$. Pak máme funkci $d : A \to \mathbb{R}_0^+$ definovanou $d(a) = \rho(x_0, a)$.

Hledáme body z množiny A významné pro bod x_0 svojí polohou a výškou, tj. body **blízké a vysoké**.

Uvažujeme relace

Zisk - výška h, vyjádřena relací H

Cena - vzdálenost d od bodu x_0, vyjádřena relací D_{x_0}

Hledané body jsou body výškovnice $V(H/D_{x_0})$.

Jak je najdeme?

Body výškovnice najdeme pomocí kružnicové konstrukce.

Inverzní výškovnice

Opět uvažujeme metrický prostor (X, ρ) a výškovou funkci $h : A \to \mathbb{R}$ na $A \subseteq X$. Nechť $v \in A$ je pevně vybraný vrchol.

Pro které body je vrchol v významný?

Tj. pro které $x \in X$ platí, že $v \in V(H/D_x)$?

Jak je najdeme?

Hledání inverzní výškovnice provedeme pomocí mnohoúhelníkového algoritmu.

Výslednou množinu můžeme chápat jako spádovou oblast vrcholu v, či oblast jeho významu.

Inverzní výškovnice

Opět uvažujeme metrický prostor (X, ρ) a výškovou funkci $h : A \to \mathbb{R}$ na $A \subseteq X$. Nechť $v \in A$ je pevně vybraný vrchol.

Pro které body je vrchol v významný?

Tj. pro které $x \in X$ platí, že $v \in V(H/D_x)$?

Jak je najdeme?

Hledání inverzní výškovnice provedeme pomocí mnohoúhelníkového algoritmu.

Výslednou množinu můžeme chápat jako spádovou oblast vrcholu v, či oblast jeho významu.

Inverzní výškovnice

Opět uvažujeme metrický prostor (X, ρ) a výškovou funkci $h : A \to \mathbb{R}$ na $A \subseteq X$. Nechť $v \in A$ je pevně vybraný vrchol.

Pro které body je vrchol v významný?

Tj. pro které $x \in X$ platí, že $v \in V(H/D_x)$?

Jak je najdeme?

Hledání inverzní výškovnice provedeme pomocí mnohoúhelníkového algoritmu.

Výslednou množinu můžeme chápat jako spádovou oblast vrcholu v, či oblast jeho významu.

Inverzní výškovnice

Opět uvažujeme metrický prostor (X, ρ) a výškovou funkci $h : A \to \mathbb{R}$ na $A \subseteq X$. Nechť $v \in A$ je pevně vybraný vrchol.

Pro které body je vrchol v významný?

Tj. pro které $x \in X$ platí, že $v \in V(H/D_x)$?

Jak je najdeme?

Hledání inverzní výškovnice provedeme pomocí mnohoúhelníkového algoritmu.

Výslednou množinu můžeme chápat jako spádovou oblast vrcholu v, či oblast jeho významu.